POLYNOMIAL DALAM MATHLAB

Oleh : Edy Supriyanto

ABSTRAKSI

Bentuk polynomial sering ditemui pada masalah Matematika. Dari persamaan yang berbentuk polynomial, kita dapat mengetahui : akar-akar polynomial, perkalian polynomial, penambahan polynomial, pembagian polnomial, turunan polynomial. Dengan software Mathlab, kita dapat menyelesaikan tugas-tugas tersebut, karena di mathlab ada fungsi-fungsi yang telah tersedia. Misalnya : roots, cont, plus, decont, polyder. Selain itu grafik dari fungsi polynomial juga dapat disajikan dengan fungsi plot.

Sebuah polynomial n dalam matematika dapat didefinisikan sebagai sebuah fungsi dari deret dengan variabelnya berpangkat maksimal n. Ini dapat ditulis sebagai berikut :

$$\mathbf{P(n) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + a_{n-3}x^{n-3} + \ldots + a_1x1 + a_0x^0}$$

dengan x sebagai variable fungsi polynomial, a sebagai koefisien pada variable x yang bersangkutan.

Contoh :

$P(4) = x^4 – 12x^3 +0x^2 + 25x+ 116$.

Ini berarti koefisien var x4 adalah 1, koefisien variable x3 adalah –12, koefisien variable x2 adalah 0, koefisien variable x adalah 25 dan koefisien variable x0 adalah 116.

Dalam Mathlab, penulisan polynomial n tersebut disajikan sebagai vector baris dari koefisien secara deretan ascending tanpa menulis variabelnya. Bentuk umum dalam Mathlab adalah :

>> **p=[a_n a_{n-1} a_{n-2} a_{n-3} … a_1 a_0]**

dengan p adalah fungsi polynomial, a sebagai koefisien pada variable yang bersangkutan. Pada layar komputer akan muncul :

>> **p=[a_n a_{n-1} a_{n-2} a_{n-3} … a_1 a_0]**

p =

a_n a_{n-1} a_{n-2} a_{n-3} … a_1 a_0

Maka $P(4) = x^4 – 12x^3 +0x^2 + 25x+ 116$ ditulis dalam Mathlab sebagai :

```
>> p=[1 -12 0 25 116]
p =
   1  -12   0   25   116
```

AKAR PERSAMAAN

Fungsi **roots** dalam Mathlab dapat dipakai sebagai cara pencarian akar persamaan dari polynomial yang bersangkutan. Bentuk umum dalam Mathlab adalah **r=roots(p)** dengan p adalah polynomial yang dicari akarnya dan r adalah akar polinomialnya. Dari contoh tersebut,

```
>> p=[1 -12 0 25 116]

p =

    1  -12    0   25  116
```

maka akarnya adalah:

```
>> r=roots(p)

r =

  11.7473
   2.7028
  -1.2251 + 1.4672i
  -1.2251 - 1.4672i
```

Ini berarti akar-akarnya adalah X1 = 11.7473; X2 = 2.7028; X3 = -1.2251 + 1.4762i ; X4 = -1.2251 – 1.4672i.

Sebaliknya, juga dapat dilakukan pembentukan fungsi polinomal awal, jika diketahui akar-akar dari fungsi polynomial tersebut. Ini dapat dilakukan dengan fungsi **poly**. Bentuk umum adalah **ll=poly(r)**, dengan r akar persamaan dari polynomial, ll adalah polynomial yang dicari.

Contoh :

Diketahui akar-akar persamaan sebagai berikut :

X1 = 11.7473; X2 = 2.7028; X3 = -1.2251 + 1.4762i ; X4 = -1.2251 – 1.4672i

Dalam Mathlab ini ditulis sebagai :

```
r =

  11.7473
   2.7028
  -1.2251 + 1.4672i
  -1.2251 - 1.4672i
```

Maka polynomialnya adalah :

```
>> ll=poly(r)

ll =

   1.0000  -12.0000   -0.0000   25.0000  116.0000
```

Yang berarti : x4 – 12x3 – 0x2 + 25x + 116.

PERKALIAN DUA BUAH POLINOMIAL

Perkalian dua buah polynomial dalam Mathlab didukung oleh function **conv** (convolution). Bentuk umumnya adalah **c=conv(a,b)**. Ini berarti polynomial a dikalikan dengan polynomial b.

Sebagai contoh, polonomial a = x3 + 2x2 + 3x + 4 dikalikan dengan polynomial

b= x3 + 4 x2 + 9x + 16. Dalam Mathlab diketik sebagai :

```
> a=[1 2 3 4]; b=[1 4 9 16];

>> c=conv(a,b)

c =

    1    6   20   50   75   84   64
```

Jadi, c = x6 + 6x5 + 20x4+ 50x3 + 75x2 + 84x + 64.

PENAMBAHAN DUA BUAH POLINOMIAL

Untuk penambahan dua buah polinomial, dapat langsung dengan tanda **+ (plus).** Bentuk umum dalam Mathlab adalah **d=a+b** dengan a dan b adalah polynomial yang dijumlahkan dan d merupakan polynomial hasil. Tentunya kita harus ingat bahwa syarat penambahan dua buah polynomial adalah ukuran dari kedua polynomial tersebut harus sama**.**

Sebagai contoh, , polynomial a = x3 + 2x2 + 3x + 4 ditambahkan dengan polynomial

b= x3 + 4 x2 + 9x + 16.

```
>> a=[1 2 3 4]; b=[1 4 9 16];
>> d=a+b
d =
    2    6   12   20
```

Maka hasilnya adalah polynomial 2x3 + 6x2+ 12x + 20.

PEMBAGIAN DUA BUAH POLINOMIAL

Kalau perkalian dua buah polynomial dengan fungsi conv, maka dalam pembagian dengan fungsi **deconv**. Bentuk umum dalam Mathlab adalah **[q,r]=deconv(c,b)** dengan c sebagai polynomial pembilang, b sebagai polynomial penyebut, q sebagai polynomial hasil, r sebagai sisa hasil bagi. Sebagai contoh masih dari polynomial yang lalu.

```
> a=[1 2 3 4]; b=[1 4 9 16];c=[1 6 20 50 75 84 64]
```

Jika polynomial c dibagi b, maka :

```
>> [q,r]=deconv(c,b)
q =
    1    2    3    4
r =
    0    0    0    0    0    0    0
```

Ini berarti hasil pembagian polynomial c=[1 6 20 50 75 84 64] oleh polynomial b=[1 4 9 16]; adalah polynomial q = [1 2 3 4] atau q= x3 + 2x2 +3x +4 dengan sisa hasil bagi r = 0.

Juga, misalnya polynomial c dibagi oleh a, maka :

```
>> [k,l]=deconv(c,a)
k =
    1    4    9   16
l =
    0    0    0    0    0    0    0
```

Ini berarti hasil pembagian c=[1 6 20 50 75 84 64] oleh polynomial a=[1 2 3 4]; adalah polynomial q=[1 4 9 16]; atau q= x3 + 4x2 +9x + 16 dengan sisa hasil bagi r = 0.

TURUNAN POLINOMIAL

Turunan polynomial dapat langsung diturunkan dengan fungsi **polyder**. Bentuk umum adalah **h=polyder(g)** dengan g adalah polynomial awal, h hasil turunan polinomial Misalkan polynomial g = x6 + 6x5 + 20x4 + 48x3 + 69x2 + 72x + 44, ini dapat ditulis dalam Mathlab sebagai

```
g=[1 6 20 48 69 72 44]
g =
   1    6   20   48   69   72   44
```

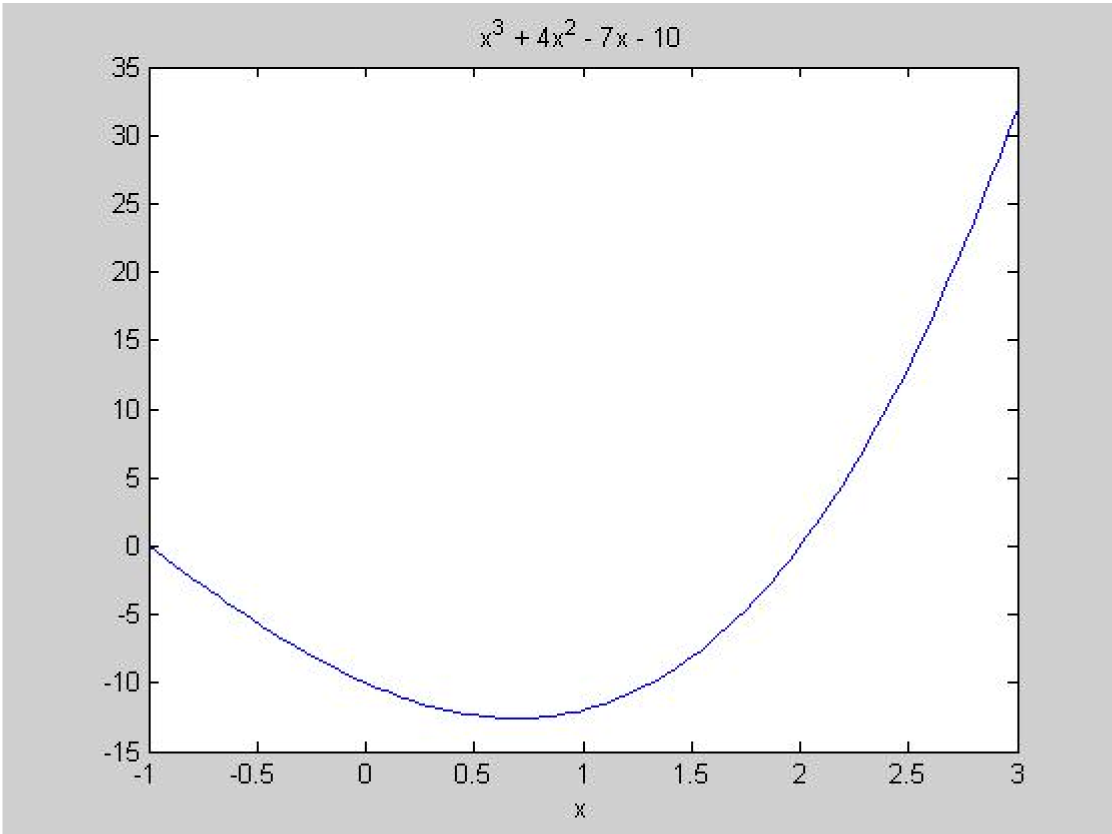
Maka turunan g adalah :

```
>> h=polyder(g)
h =
   6   30   80  144  138   72
```

yang ditulis h = 6x5 + 30x4 + 80x3 + 144x2 + 138x + 72.

GRAFIK POLYNOMIAL

```
>> x=linspace(-1,3);
>> p=[1 4 -7 -10];
>> v=polyval(p,x);
>> plot(x,v),title('x^3 + 4x^2 - 7x - 10'),xlabel('x')
```



Gambar : Grafik Polynomial

PEMBAGIAN ANTARPOLINOMIAL

Dalam pembagian dua buah polynomial dapat diatur sebagai berikut : pembilang disebut sebagai **num** (numerator) dan penyebut disebut sebagai **den** (denominator). Pembagian rational polynomial dapat dilakukan oleh fungsi **residue**. Bentuk umum dalam Mathlab adalah [res,poles,k]=residue(num,den) dengan res sebagai hasil polynomial pembilang, poles sebagai hasil polynomial penyebut, k sebagai sisa hasil bagi, num sebagai polynomial pembilang awal, den sebagai polynomial penyebut awal.

Sebagai contoh:

Pembilangnya adalah 10(s + 2) dan penyebutnya adalah (s + 1)(s+ 3)(s + 4). Secara manual ini dapat dihitung sebagai berikut :

10(s + 2) dibagi (s + 1)(s+ 3)(s + 4) hasilnya adalah :

-6.6667/(s+4) + 5/(s + 3) + 1.6667/(s + 1) + 0

Dalam Mathlab, ini diproses sebagai berikut :

```
>> num=10*[1 2];
>> den=poly([-1;-3;-4]);
```

```
>> [res,poles,k]=residue(num,den)
res =
   -6.6667
    5.0000
    1.6667
poles =
   -4.0000
   -3.0000
   -1.0000
k =
     []
```

Ini berarti hasilnya adalah :

-6.6667/(s+4) + 5.0000/(s + 3) + 1.6667/(s + 1) + 0

Juga sebaliknya, dengan fungsi residue juga dapat untuk mencari fungsi semula, jika diketahui akar-akar persamaan polinomialnya. Ini berarti jika diketahui [res,poles,k] maka dapat dicari num dan den dari polynomial awalnya. Bentuk umum dalam Mathlab adalah **[n,d]=residue(res,poles,k)** Dari contoh sebelumnya, diketahui :

```
res =
   -6.6667
    5.0000
    1.6667
poles =
   -4.0000
   -3.0000
   -1.0000
k =
     []
```

maka :

```
[n,d]=residue(res,poles,k)
n =
   -0.0000   10.0000   20.0000
d =
    1.0000    8.0000   19.0000   12.0000
roots(d)
ans =
   -4.0000
   -3.0000
   -1.0000.
```

Jadi, fungsi pembilangnya adalah :

```
n =
   -0.0000   10.0000   20.0000
```

dari num=10*[1 2] dan fungsi penyebutnya adalah :

(s + 1)(s+ 3)(s + 4)

dari d =

```
    1.0000    8.0000   19.0000   12.0000
roots(d)
ans =
   -4.0000
   -3.0000
   -1.0000.
```

Ini sama artinya dengan

```
>> num=10*[1 2];
```

>> den=poly([-1;-3;-4]);

sama seperti pada persamaan semula.

TURUNAN DUA BUAH FUNGSI

Fungsi yang ada dalam Mathlab untuk tugas ini adalah polyder dengan bentuk umumnya adalah **[b,a]=polyder(num,den)**. Misalkan polynomial pembilang adalah 10(s + 2) dan polynomial penyebutnya adalah (s + 1)(s+ 3)(s + 4). Maka dalam Mathlab, ini dapat dicari turunan dari pembagian fungsi tersebut dengan cara num=10*[1 2];den=poly([-1;-3;-4]);

```
>> [b,a]=polyder(num,den)
b =
  -20  -140  -320  -260
a =
    1   16   102   328   553   456   144
```

Jadi hasil turunannya adalah :

(- 20s3 – 140s2 – 320s – 260)/(x6 +16x5 + 102x4 + 328x3 + 553x2 + 456x + 144).

DAFTAR PUSTAKA

Duane Hanselman & Bruce Littlefield. 1996. *Mastering Mathlab*. Prentice Hall Int. Inc.