ANALYTIC NETWORK PROCESS (ANP)

Antoni Yohanes

Program Studi Teknik Industri Universitas Stikubank Semarang, Jawa Tengah, Indonesia antonijohanes@gmail.com

Abstrak

Analytic Network Process (ANP) merupakan teknik untuk membantu menyelesaikan masalah. Dalam perkembangannya, ANP tidak hanya digunakan untuk menentukan prioritas pilihan-pilihan dengan banyak kriteria, tetapi penerapannya telah meluas sebagai model alternatif untuk menyelesaikan bermacam-macam masalah. Hal ini dimungkinkan karena ANP cukup mengandalkan pada intuisi sebagai input utamanya, tetapi intuisi harus datang dari pengambilan keputusan yang cukup informasinya dan memahami masalah keputusan yang dihadapi. Pada dasarnya ANP adalah suatu teori umum tentang pengukuran. ANP digunakan untuk menemukan skala rasio baik dari perbandingan pasangan yang diskrit maupun kontinyu. Perbandingan-perbandingan ini dapat diambil dari ukuran aktual atau dari suatu skala dasar yang mencerminkan kekuatan perasaan dan prefensi relatif. ANP memiliki perhatian khusus tentang penyimpangan dari konsistensi, pengukuran dan ketergantungan dan di antara kelompok elemen strukturnya (Latifah, 2005).

Kata kunci: ANP, Kriteria

Abstract

Analytic Network Process (ANP) is a technique to help resolve the problem. In its development, the ANP is not only used to determine the priority of choices with many criteria, but its application has been extended as an alternative model to solve various problems. This is possible because the ANP sufficient to rely on intuition as its main input, but intuition must come from the decisions that sufficient information and understand the problems faced by decision. Basically ANP is a general theory of measurement. ANP is used to find a good ratio scale of the paired comparison of discrete and continuous. Comparisons can be drawn from the actual size or of a basic scale that reflects the strength of feeling and prefensi relative. ANP has a particular concern about the deviation of consistency, measurement and dependence and among groups of structure elements (Latifah, 2005).

Keywords: ANP, Criteria

I. PENDAHULUAN

A. Analytic Network Process (ANP)

Analytic Network Process (ANP) merupakan teknik untuk membantu menyelesaikan masalah. Dalam perkembangannya, ANP tidak hanya digunakan untuk menentukan prioritas pilihan-pilihan dengan banyak kriteria, tetapi penerapannya telah meluas sebagai model alternatif untuk menyelesaikan bermacam-macam masalah. Hal ini dimungkinkan karena ANP cukup mengandalkan pada intuisi sebagai input utamanya, tetapi intuisi harus datang dari pengambilan keputusan yang cukup informasinya dan memahami masalah keputusan yang dihadapi. Pada dasarnya ANP adalah suatu teori umum tentang pengukuran. ANP digunakan untuk menemukan skala rasio baik dari perbandingan pasangan yang diskrit maupun kontinyu. Perbandingan-perbandingan ini dapat diambil

dari ukuran aktual atau dari suatu skala dasar yang mencerminkan kekuatan perasaan dan prefensi relatif. *ANP* memiliki perhatian khusus tentang penyimpangan dari konsistensi, pengukuran dan ketergantungan dan di antara kelompok elemen strukturnya [1].

II. KAJIAN PUSTAKA

Dalam menyelesaikan persoalan dengan metode ANP ada beberapa prinsip dasar yang harus dipahami antara lain [1]:

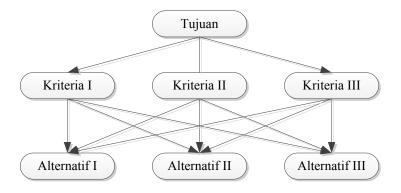
1. Decomposition

Pengertian *decomposition* adalah memecahkan atau membagi problem yang utuh menjadi unsur-unsurnya membentuk hirarki proses pengambilan keputusan, di mana setiap unsur atau elemen saling berhubungan. Untuk mendapatkan hasil yang akurat, pemecahan dilakukan terhadap unsur-unsur sampai tidak mungkin dilakukan pemecahan lebih lanjut, sehingga didapatkan beberapa tingkatan dari persoalan yang hendak dipecahkan. Struktur hirarki keputusan tersebut dapat dikategorikan sebagai *complete* dan *incomplete*. Suatu hirarki keputusan disebut *complete* jika semua elemen pada suatu tingkat memiliki hubungan terhadap semua elemen yang ada pada tingkat berikutnya, sementara hirarki keputusan *incomplete* kebalikan dari hirarki *complete*. Bentuk struktur *dekomposisi* yaitu seperti pada Gambar 1.

Tingkat pertama: Tujuan keputusan (*Goal*)

Tingkat kedua: Kriteria-kriteria

Tingkat ketiga: Alternatif-alternatif



Gambar 1 Struktur hirarki

2. Comparative Judgement

Skala preferensi yang digunakan yaitu skala 1 yang menunjukkan tingkat yang paling rendah (*equal importance*) sampai dengan skala 9 yang menujukkan tingkatan paling tinggi (*extreme importance*) seperti pada Tabel 1.

TABEL 1 SKALA PENILAIAN PERBANDINGAN BERPASANGAN

Intensitas Kepentingan	Keterangan							
1	Kedua elemen sama pentingnya							
3	Elemen yang satu sedikit lebih penting daripada elemen yang lainnya							
5	Elemen yang satu lebih penting daripada elemen lainnya							
7	Satu elemen jelas lebih mutlak penting daripada elemen lainnya							
9	Satu elemen mutlak daripada elemen lainnya							
2,4,6,8	Nilai-nilai antara dua nilai pertimbangan yang berdekatan							
Kebalikan	Jika aktivitas i mendapat satu angka dibandingkan dengan aktivita j, maka j memiliki nilai kebalikannya dibandingkan dengan i							

3. Synthesis of Priority

Synthesis of priority dilakukan dengan menggunakan eigen vector method untuk mendapatkan bobot relatif bagi unsu-unsur pengambilan keputusan.

4. Logical Consistency

Logical consistency merupakan karakteristik penting ANP. Hal ini dicapai dengan mengagresikan seluruh eigen vector yang diperoleh dari berbagai tingkatan hirarki dan selanjutnya diperoleh suatu vektor composite tertimbang yang menghasilkan urutan pengambilan keputusan.

III. METODE PENELITIAN

Pada dasarnya prosedur atau langkah-langkah dalam metode ANP meliputi [1]:

- Mendefinisikan masalah dan menentukan solusi yang diinginkan, setelah itu menyusun hirarki dari permasalahan yang dihadapi. Penyusunan hirarki adalah dengan menetapkan tujuan yang merupakan sasaran sistem secara keseluruhan pada level teratas.
- 2. Menentukan prioritas elemen
 - a. Langkah pertama untuk menentukan prioritas elemen adalah membuat perbandingan pasangan, yaitu membandingkan elemen secara berpasangan sesuai kriteria yang diberikan.
 - b. Matriks perbandingan berpasangan diisi menggunakan bilangan untuk mempresentasikan kepentingan relatif dari suatu elemen terhadap elemen yang lainnya.

3. Sintesis

- a. Menjumlahkan nilai-nilai dari setiap kolom matriks.
- b. Membagi setiap nilai dari kolom pada matriks.
- c. Menjumlahkan nilai-nilai dari setiap baris dan membaginya dengan jumlah elemen untuk mendapatkan nilai rata-rata.

4. Mengukur Konsistensi

- a. Kalikan setiap nilai pada kolom pertama dengan prioritas relatif elemen pertama, nilai pada kolom kedua dengan prioritas relatif elemen kedua, dan seterusnya.
- b. Jumlahkan setiap baris.

- c. Hasil dari penjumlahan baris dibagi dengan elemen prioritas relatif yang bersangkutan.
- d. Jumlahkan hasil bagi di atas dengan banyaknya elemen yang ada, hasilnya disebut λ maks.

5. Memeriksa konsistensi hirarki.

Jika nilainya lebih dari 10%, maka penilaian data judgment harus diperbaiki. Namun jika rasio konsistensi (CI/IR) kurang atau sama dengan 0,1 maka hasil perhitungan bisa dinyatakan benar. Daftar indeks random konsistensi (IR) bisa dilihat pada Tabel 2 [1].

TABEL 2
DAFTAR INDEKS RANDOM KONSISTENSI

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RI	0,00	0,00	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45

N	10	11	12	13	14	15
RI	1,49	1,51	1,48	1,56	1,57	1,59

A. Penyusunan Prioritas

Misalkan terhadap sub sistem hirarki dengan kriteria C dan sejumlah n alternatif di bawahnya,sampai. Perbandingan antar alternatif untuk sub sistem hirarki itu dapat dibuat dalam bentuk matriks $n \times n$, seperti pada di bawah ini.

TABEL 3
MATRIKS PERBANDINGAN BERPASANGAN

С	A_1	A_2	•••	A_n
A_1	a ₁₁	a ₁₂	•••	a_{1n}
A_2	a ₂₁	a ₂₂	•••	a_{2n}
:	:	:	•••	:
A _m	a_{m1}	a _{m2}		a _{mn}

Nilai a_{11} adalah nilai perbandingan A_1 elemen (baris) terhadap A_1 (kolom) yang menyatakan hubungan :

- 1. Seberapa jauh tingkat kepentingan A_1 (baris) terhadap kriteria C dibandingkan dengan A_1 (kolom) atau
- 2. Seberapa jauh dominasi A_1 (baris) terhadap (kolom) A_1 atau
- 3. Seberapa banyak sifat kriteria C terdapat pada A_1 (baris) dibandingkan dengan A_1 (kolom).

Nilai numerik yang dikenakan untuk seluruh perbandingan diperoleh dari skala perbandingan 1 sampai 9 yang telah ditetapkan oleh Saaty, seorang *decision maker* akan memberikan penilaian, mempersepsikan ataupun memperkirakan kemungkinan dari suatu hal/peristiwa yang dihadapi. Penilaian tersebut akan dibentuk ke dalam matriks berpasangan pada setiap level hirarki.

Contoh Pair-Wise Comparison Matrix pada suatu level of hierarchy, yaitu:

Baris 1 kolom 2 : Jika K dibandingkan L, maka K sedikit lebih penting/cukup penting dari L yaitu sebesar 3, artinya K *moderat* pentingnya daripada L, dan seterusnya.

Angka 3 bukan berarti bahwa K tiga kali lebih besar dari L, tetapi K *moderat importance* dibandingkan dengan L, sebagai ilustrasi perhatikan matriks resiprokal berikut ini:

Membacanya/membandingkannya, dari kiri ke kanan. Jika K dibandingkan dengan L, maka L *very strong importance* daripada K dengan nilai judgement sebesar 7. Dengan demikian pada baris 1 kolom 2 diisi dengan kebalikan dari 7 yakni 1/7. Artinya, K dibanding L maka L lebih kuat dari K. Jika K dibandingkan dengan M, maka K *extreme importance* daripada M dengan nilai *judgement* sebesar 9. Jadi baris 1 kolom 3 diisi dengan 9, dan seterusnya (Sinaga, 2009).

B. Pengambilan Keputusan dalam Kelompok

Pengambilan keputusan secara berkelompok.

Rumus dari rata-rata ukur adalaah sebagai berikut:

$$\mathbf{a_w} = {}^{n} \overline{a1 \times a2 \times a3 \times ... \times a_n} \tag{1}$$

dengan, aw = penilaian gabungan

 a_i = penilaian responden ke i

n = banyaknya responden

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Super Matriks

Sebagai contoh matriks, perhatikan tabel yang memuat informasi biaya pengiriman barang dari 3 pabrik ke 4 kota berikut ini:

TABEL 1 BIAYA PENGIRIMAN BARANG DARI PABRIK KE KOTA

Pabrik	Kota							
Paorik	1	2	3	4				
Pabrik 1	5	2	1	4				
Pabrik 2	2	3	3	5				
Pabrik 3	7	6	6	2				

Tabel ini jika disajikan dalam bentuk matriks akan menjadi seperti berikut:

	Kolom 1	Kolom 2	Kolom 3	Kolom 4	
	5	2	1	4	Baris 1
A=	2	3	3	5	Baris 2
	7	6	6	2	Baris 3
				ノ	•

Matriks A memiliki tiga baris yang mewakili informasi Pabrik (1, 2, dan 3) dan empat kolom yang mewakili informasi Kota (1, 2, 3, dan 4). Sedangkan informasi biaya pengiriman dari masing-masing pabrik ke tiap-tiap kota, diwakili oleh perpotongan baris dan kolom. Sebagai contoh, perpotongan baris 1 dan kolom 1 adalah 5, angka 5 ini menunjukkan informasi biaya pengiriman dari pabrik 1 ke kota 1, dan seterusnya (Sinaga, 2009).

Secara umum, bentuk matriks A dapat dituliskan seperti berikut:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} \end{pmatrix}$$

Pada notasi elemen matriks, angka sebelah kiri adalah informasi baris sedangkan angka di kanan adalah informasi kolom, contoh a23, berarti nilai yang diberikan oleh baris ke dua dan kolom ke tiga. Jika informasi baris dinotasikan dengan m dan informasi kolom dengan n maka matriks tersebut berukuran (ordo) $m \times n$. Matriks dikatakan bujur sangkar ($square\ matrix$) jika m = n. Dan skalar-skalarnya berada di baris ke-i dan kolom ke-i yang disebut (ij) matriks entri.

1. Vektor dari *n* dimensi

Suatu vektor dengan n dimensi merupakan suatu susunan elemen-elemen yang teratur berupa angka-angka sebanyak n buah, yang disusun baik menurut baris, dari kiri ke kanan (disebut vektor baris atau $Row\ Vector$ dengan ordo $1\times n$) maupun menurut kolom, dari atas ke bawah (disebut vektor kolom atau $Colomn\ Vector$ dengan ordo $n\times 1$. Himpunan semua vektor dengan n komponen dengan entri riil dinotasikan dengan R^n [2].

2. Eigen value dan Eigen Vector

Definisi : Jika A adalah matriks $n \times n$ maka vektor tak nol x di dalam R^n dinamakan $Eigen\ Vector\ dari\ A$ jika Ax kelipatan skalar , yakni:

$$Ax = \lambda x \tag{2}$$

Skalar λ dinamakan *eigen value* dari **A** dan x dikatakan *eigen vektor* yang bersesuaian dengan λ . Untuk mencari *eigen value* dari matriks **A** yang berukuran n x n maka dapat ditulis pada persamaan berikut:

$$Ax = \lambda x$$

atau secara ekuivalen
 $(\lambda I - A)x = 0$ (3)

Agar λ menjadi eigen value, maka harus ada pemecahan tak nol dari persamaan ini. Akan tetapi, persamaan diatas akan mempunyai pemecahan tak nol jika dan hanya jika:

$$\det(\lambda I - A)x = 0 \tag{4}$$

Ini dinamakan persamaan karakteristik A, skalar yang memenuhi persamaan ini adalah eigen value dari A.

Bila diketahui bahwa nilai perbandingan elemen \mathbf{A}_i terhadap elemen \mathbf{A}_j adalah α_{ij} , maka secara teoritis matriks tersebut berciri positif berkebalikan, yakni $\alpha_{ij} = \frac{1}{\alpha_{ij}}$.

Bobot yang dicari dinyatakan dalam vektor $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3, ... \omega_n)$. Nilai ω_n menyatakan bobot kriteria An terhadap keseluruhan set kriteria pada sub sistem tersebut.

Jika $\alpha_{i\ j}$ mewakili derajat kepentingan i terhadap faktor j dan α_{jk} menyatakan kepentingan dari faktor j terhadap faktor k, maka agar keputusan menjadi konsisten, kepentingan I terhadap k harus sama dengan $\alpha_{i\ j}$. $\alpha_{jk}=\alpha_{ik}$ untuk semua $i,\ j,\ k$ maka matriks tersebut konsisten. Untuk suatu matriks konsisten dengan vektor ω , maka elemen $\alpha_{i\ j}$ dapat ditulis menjadi:

$$\mathbf{q}_{ij} = \frac{\omega i}{\omega i} \tag{5}$$

Jadi matriks konsisten adalah:

$$\alpha_{ij}. \alpha_{jk} = \frac{\omega i}{\omega i} x \frac{\omega i}{\omega i} = \frac{\omega i}{\omega k} \alpha i k$$
 (6)

Seperti yang di uraikan diatas, maka untuk *pair –wise comparison matrix* diuraikan seperti berikut ini :

$$\alpha_{ji} = \frac{\omega j}{\omega i} = \frac{1}{\omega i/\omega j} = \frac{1}{\alpha i j} \tag{7}$$

Dari persamaan tersebut di atas dapat dilihat bahwa:

$$\alpha_{ji} \, \mathbf{x} \, \frac{\omega j}{\omega i} = 1 \tag{8}$$

Dengan demikian untuk *pair-wise comparison matrix* yang konsisten menjadi:

$$_{j=1}^{n} \alpha ij \cdot \omega ij \cdot \frac{1}{\omega ij} = n \tag{9}$$

$$_{j=1}^{n} \alpha ij \quad \omega ij \quad \frac{1}{\omega ij} = n \, \omega ij \tag{10}$$

Persamaan ekivalen dengan bentuk persamaan matriks di bawah ini:

$$A.\omega = n. \Omega$$
 (11)

Dalam teori matriks, formulasi ini diekspresikan bahwa ω adalah *eigen vector* dari matriks A dengan *eigen value n*. Perlu diketahui bahwa n merupakan dimensi matriks itu sendiri. Dalam bentuk persamaan matriks dapat ditulis sebagai berikut:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\omega_1}{\omega_1} & \frac{\omega_1}{\omega_2} & \dots & \frac{\omega_1}{\omega_n} \\ \frac{\omega_2}{\omega_1} & \frac{\omega_2}{\omega_2} & \dots & \frac{\omega_2}{\omega_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \\ \frac{\omega_n}{\omega_1} & \frac{\omega_n}{\omega_2} & \dots & \frac{\omega_n}{\omega_m} \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_n \end{pmatrix} = n \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_n \end{pmatrix}$$

Pada prakteknya, tidak dapat dijamin bahwa:

$$\alpha_{ij} = \frac{\alpha i k}{\alpha i k} \tag{12}$$

Salah satu faktor penyebabnya yaitu karena unsur manusia (decision maker) tidak selalu dapat konsisten mutlak (absolute consistent) dalam mengekspresikan preferensinya terhadap elemen-elemen yang dibandingkan. Dengan kata lain, bahwa judgement yang diberikan untuk setiap elemen persoalan pada suatu level hierarchy dapat saja inconsistent, jika [2]:

1. Jika $\lambda_1, \lambda_2, \dots \lambda_n$ adalah bilangan-bilangan yang memenuhi persamaan:

$$Ax = \lambda x$$

Dengan eigen value dari matriks A dan jika $\alpha_{ii} = 1$; i = 1, 2, ..., n; maka dapat ditulis:

$$\sum \lambda_i = n$$

Misalkan kalau suatu *pair-wise comparison matrix* bersifat ataupun memenuhi kaidah konsistensi seperti pada persamaan (2), maka perkalian elemen matriks sama dengan satu.

$$A = \begin{array}{ccc} A11 & A12 \\ A21 & A22 \end{array}$$
 maka $A_{2I} = \frac{1}{A12}$

Eigen value dari matriks A,

$$Ax - \lambda x = 0$$
$$(A - \lambda I) = 0$$
$$|A - \lambda I| = 0$$

Kalau diuraikan lebih jauh untuk persamaan (13), hasilnya menjadi:

$$\begin{array}{ccc} A\mathbf{11} - \lambda & A\mathbf{12} \\ A\mathbf{21} & A\mathbf{22} - \lambda \end{array} = 0$$

Dari persamaan (12) kalau diuraikan untuk mencari harga *eigen value maximum* (λ_{max}) yaitu:

$$(1 - \lambda)^2 - 1 = 0$$

$$1-2 \lambda + \lambda^2 - 1 = 0$$

$$\lambda^2 - 2 \lambda = 0$$

$$\lambda (\lambda - 2) = 0$$

$$\lambda_1 = 0 ; \lambda_2 = 0$$

Dengan demikian matriks pada persamaan (12) merupakan matriks yang konsisten, dengan nilai λ_{max} sama dengan harga ordo matriksnya.

Jadi untuk n > 2, maka semua harga *eigen value*-nya sama dengan nol dan hanya ada satu *eigen value* yang sama dengan n (konstan dalam kondisi matriks konsisten).

- Bila ada perubahan kecil dari elemen matriks maka α_{i j} eigen value-nya akan berubah semakin kecil pula. Dengan menggabungkan kedua sifat matriks (aljabar linier), jika:
 - a. Elemen diagonal matriks A ($\alpha_{ij} = 1$) ij = 1,2,3,...n
 - b. Dan untuk matriks A yang konsiten, maka variasi kecil dari α_{ii} dengan ij=1,2,3,...,n akan membuat harga *eigen value* yang lain mendekati nol.

B. Uji konsistensi rasio

Pengukuran konsistensi dari suatu matriks itu sendiri didasarkan atas *eigen value* maksimum.

$$CI = \frac{\lambda \max - n}{n - 1} \tag{13}$$

CI = Rasio Penyimpangan (deviasi) konsistensi (*consistency indeks*)

 λ_{max} = Nilai eigen terbesar dari matriks berordo *n*

n = ordo matriks

Apabila CI bernilai nol, maka matriks *pair wise comparison* tersebut konsisten. Batas ketidakkonsistenan (*inconsistency*) yang telah ditetapkan oleh Thomas L. Saaty ditentukan dengan menggunakan Rasio Konsistensi (*CR*), yaitu perbandingan indeks konsistensi dengan nilai Random Indeks (*RI*) yang didapatkan dari suatu eksperimen oleh *Oak Ridge National Laboratory* kemudian dikembangkan oleh *Wharton School* dan diperlihatkan seperti tabel 2.2. Nilai ini bergantung pada ordo matriks *n*. Dengan demikian, Rasio Konsistensi dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$CR = \frac{CI}{RI} \tag{14}$$

CR = Rasio Konsistensi

RI = Indeks Random

TABEL 2 NILAI RANDOM INDEKS (RI)

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RI	0,00	0,00	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45

N	10	11	12	13	14	15
RI	1,49	1,51	1,48	1,56	1,57	1,59

Bila matriks *pair - wise comparison* dengan nilai CR lebih kecil dari 0,100 maka ketidakkonsistenan pendapat dari *decision maker* masih dapat diterima jika tidak maka penilaian perlu diulang [2].

V. SIMPULAN

ANP dapat digunakan sebagai salah satu alat bantu pengambilan keputusan dengan berbagai kriteria atau lebih dari satu pilihan.

VI. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Latifah, Siti. 2005. "*Prinsip prinsip dasar Analytical Network Process*". Jurnal Studi Kasus Fakultas Pertanian, Universitas Sumatera Utara (USU)
- [2] Sinaga, Johan, 2010, Penerapan Analytical Network Proces (ANP), Jurnal Studi Kasus Fakultas Teknik, Institut Teknik Surabaya (ITS)