

APLIKASI ALGORITMA BRANCH AND BOUND UNTUK MENYELESAIKAN INTEGER PROGRAMMING

Enty Nur Hayati

Dosen Fakultas Teknik Universitas Stikubank Semarang

**DINAMIKA
TEKNIK**
Vol. IV, No. 1
Januari 2010
Hal 13 - 23

Abstract

Integer Programming represent one of [the] pemodelan for seeking a[n optimum solution from a[n problem. A lot of case around us needing programming integer implementation [so that/ to be] got a[n solution most optimal which is on finally add advantage. There [is] many way of to finish programming integer, for example by standard linear program that is by using graph. Way of other [is] with algorithm application of Branch Bound and. This Handing out try to explain how a[n programming integer finished with algorithm application of Branch Bound and.

Key words : Branch and Bound, Integer Programming, BFS, DFS

1. PENDAHULUAN

Suatu permasalahan biasanya menuntut solusi yang optimum agar dapat diperoleh keuntungan yang sebesar besarnya. Salah satu model untuk merepresentasikan suatu permasalahan adalah Program Linear (Linear Programming). Ada 2 jenis Program Linear :

- a. Integer Programming : program linear dengan variabel bertipe Integer.
- b. Non-Integer Programming : program linear dengan variabel bertipe Non-Integer, misal : bilangan real.

Model Integer Programming biasanya dipilih untuk permasalahan yang variabel variabelnya tidak dimungkinkan bertipe bilangan tidak bulat, misalnya : variabel jumlah orang. Integer Programming dapat diselesaikan dengan banyak cara, antara lain : dengan menggunakan grafik, dengan metode eliminasi dan substitusi, dan sebagainya. Salah satu cara yang cukup efektif untuk menyelesaikan Integer Programming adalah dengan mengaplikasikan algoritma Branch and Bound.

2. ALGORITMA BRANCH AND BOUND

Algoritma Branch and Bound adalah metode algoritma umum untuk mencari solusi optimal dari berbagai permasalahan optimasi, terutama untuk optimasi diskrit dan kombinatorial. Sebagaimana pada algoritma runut-balik, algoritma Branch and Bound juga merupakan metode pencarian di dalam ruang solusi secara sistematis. Ruang solusi diorganisasikan ke dalam pohon ruang status. Yang membedakan keduanya adalah bila pada algoritma runut-balik, ruang solusi dibangun secara dinamis berdasarkan skema DFS (Depth First Search), maka pada algoritma Branch and Bound ruang solusi dibangun dengan skema BFS (Breadth First Search). Pada algoritma ini, permasalahan dibagi bagi menjadi subregion subregion yang mungkin mengarah ke solusi. Inilah yang disebut dengan branching, mengingat prosedur ini akan dilakukan berulang ulang secara rekursif untuk setiap subregion dan setiap subregion yang dihasilkan akan membentuk sebuah struktur pohon yang disebut sebagai pohon pencarian atau pohon branch-and-bound di mana simpul simpulnya membangun subregion subregion. Selain branching, lgoritma ini juga melakukan apa yang disebut dengan bounding yang merupakan cara cepat untuk mencari batas atas dan bawah untuk solusi optimal pada subregion yang mengarah ke solusi. Algoritma Branch and Bound banyak digunakan untuk memecahkan berbagai macam permasalahan antara lain : persoalan Knapsack 0/1, Travelling Salesman Problem (TSP), The N-Queens Problem (Persoalan N-Ratu), Graph Colouring (Pewarnaan Graf), Sirkuit Hamilton, Integer Programming, Nonlinear Programming, Quadratic Assignment Problem (QAP), Maximum Satisfiability Problem (MAX-SAT), dan lain sebagainya.

3. INTEGER PROGRAMMING

Integer Programming adalah program linear (Linear Programming) di mana variabel variabelnya bertipe integer. Integer Programming digunakan untuk memodelkan permasalahan yang variabel variabelnya tidak mungkin berupa bilangan yang tidak bulat (bilangan real), seperti variabel yang merepresentasikan jumlah orang, karena jumlah orang pasti bulat dan tidak mungkin berupa pecahan. Integer

Programming juga biasanya lebih dipilih untuk memodelkan suatu permasalahan karena program linear dengan variabel berupa bilangan real kurang baik dalam memodelkan permasalahan yang menuntut solusi berupa bilangan integer, misalnya keuntungan produksi 3 pesawat dibandingkan dengan keuntungan produksi 3.5 pesawat akan menghasilkan selisih keuntungan yang signifikan.

4. APLIKASI ALGORITMA BRANCH AND BOUND DALAM PENYELESAIAN INTEGER PROGRAMMING

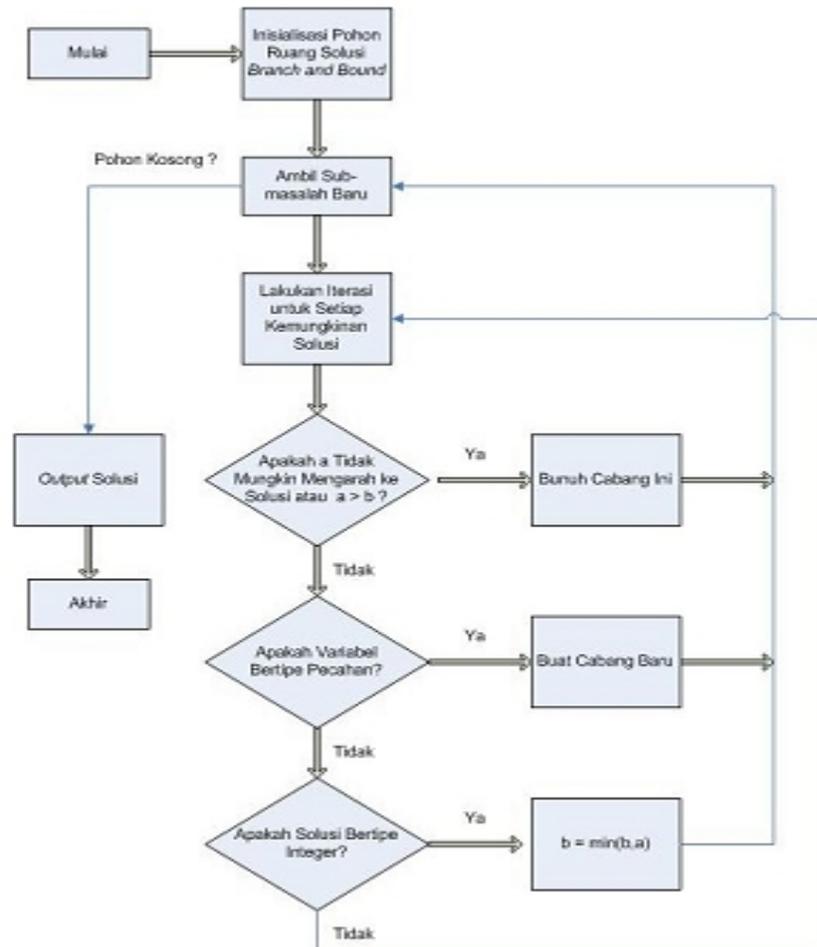
Telah dijelaskan sebelumnya bahwa algoritma Branch and Bound dapat digunakan untuk menyelesaikan Integer Programming. Gambar 1 adalah flowchart aplikasi algoritma Branch and Bound dalam menyelesaikan Integer Programming dengan optimasi minimum. Gambar 2 adalah flowchart aplikasi algoritma Branch and Bound dalam menyelesaikan Integer Programming dengan optimasi maksimum. Berikut ini adalah contoh aplikasi algoritma Branch and Bound untuk menyelesaikan Integer Programming :

Persoalan :

$$\text{Maksimum } Z = 9x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4$$

Dengan batasan :

1. $6x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 \leq 10$
2. $x_3 + x_4 \leq 1$
3. $x_1 + x_3 \leq 0$
4. $x_2 + x_4 \leq 0$
5. $x_i \leq 1, x_i \geq 0, x_i \text{ integer}$

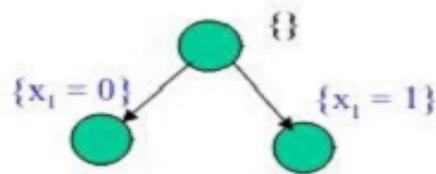


Gambar 1. Flowchart Algoritma Branch and Bound untuk Integer Programming Optimasi Minimum

Langkah 1 : Inisialisasi Pohon
 Solusi terbaik sampai saat ini : {}
 Nilai Z maksimum :
 Pohon :



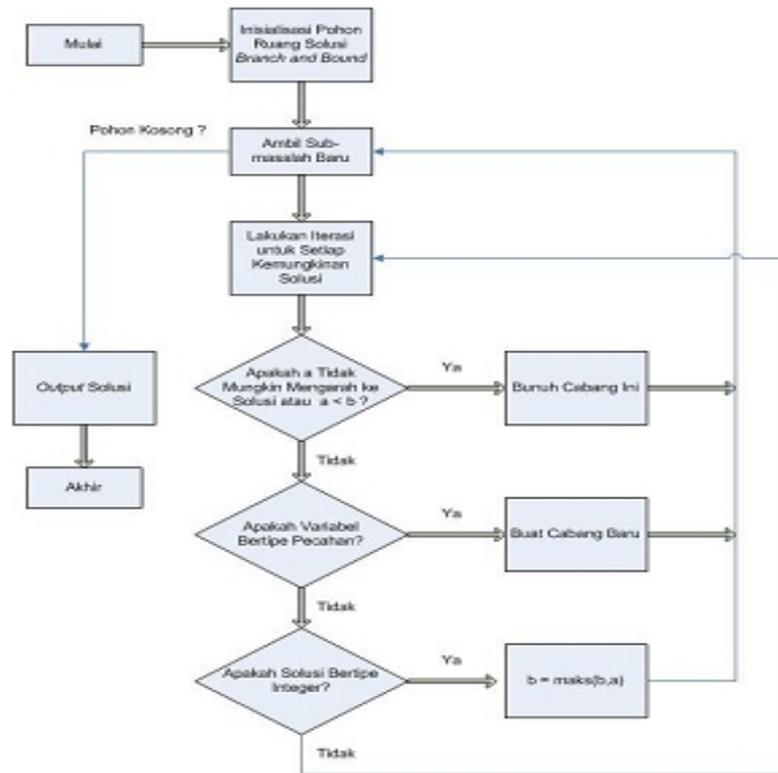
Langkah 2
 Solusi terbaik sampai saat ini : {}
 Nilai Z maksimum :
 Pohon :



Langkah 3

Solusi terbaik sampai saat ini : {}

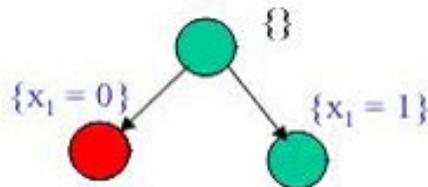
Nilai Z maksimum : ~



Gambar 2. Flowchart Algoritma Branch and Bound untuk Integer Programming Optimasi Maksimum

Keterangan : Iterasi anak kiri aras 1

Pohon :



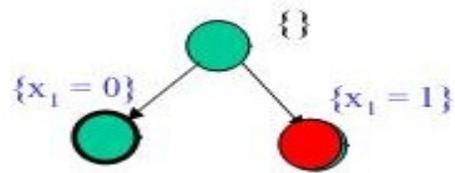
Langkah 4

Solusi terbaik sampai saat ini : $\{0,1,0,1\}$

Nilai Z maksimum : 9

Keterangan : Iterasi anak kanan aras 1

Pohon :



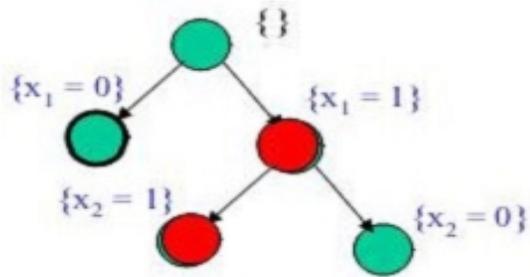
Langkah 5

Solusi terbaik sampai saat ini : $\{0,1,0,1\}$

Nilai Z maksimum : 9

Keterangan: Iterasi anak kanan aras 1 dan anak kiri aras 2

Pohon :



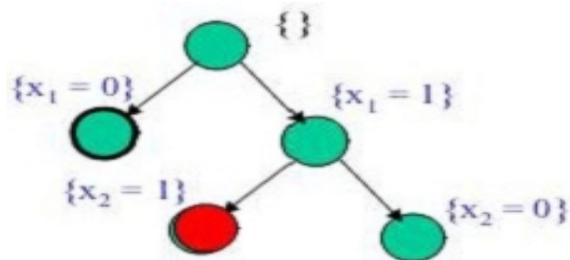
Langkah 6

Solusi terbaik sampai saat ini : $\{0,1,0,1\}$

Nilai Z maksimum : 9

Keterangan : Iterasi anak kiri aras 2 dengan solusi terbaik

Pohon :



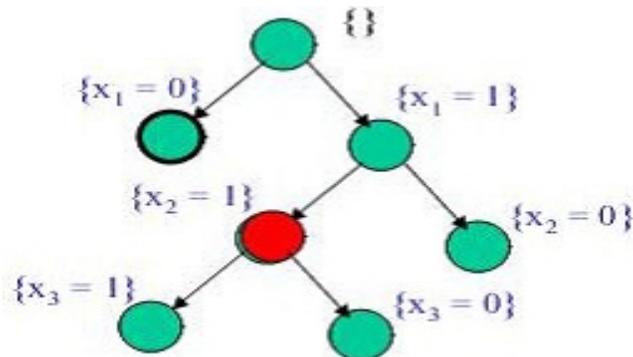
Langkah 7

Solusi terbaik sampai saat ini : $\{0,1,0,1\}$

Nilai Z maksimum : 9

Keterangan : Perluasan anak kiri aras 2

Pohon :



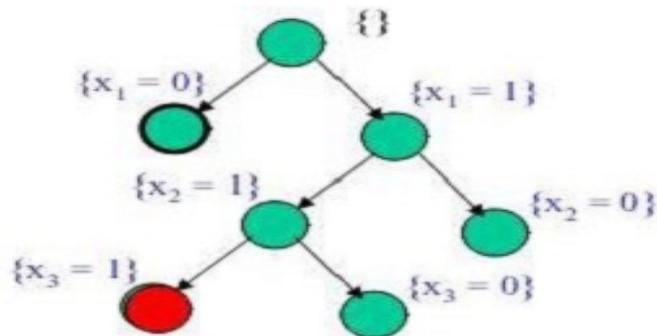
Langkah 8

Solusi terbaik sampai saat ini : $\{0,1,0,1\}$

Nilai Z maksimum : 9

Keterangan : Iterasi anak kiri aras 3

Pohon :



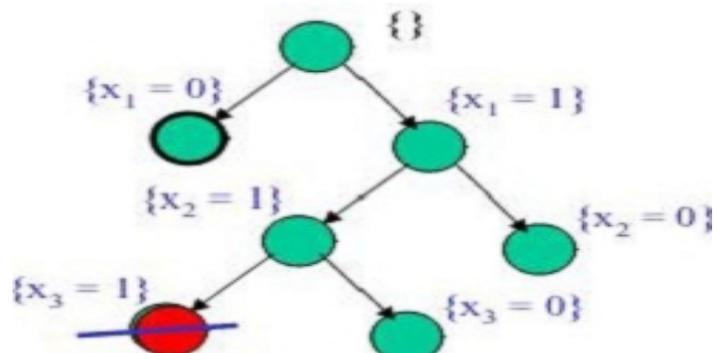
Langkah 9

Solusi terbaik sampai saat ini : $\{0,1,0,1\}$

Nilai Z maksimum : 9

Keterangan : Bunuh anak kiri aras 3 karena tidak mungkin mengarah ke solusi (melanggar batasan ke 2 dan 4)

Pohon :



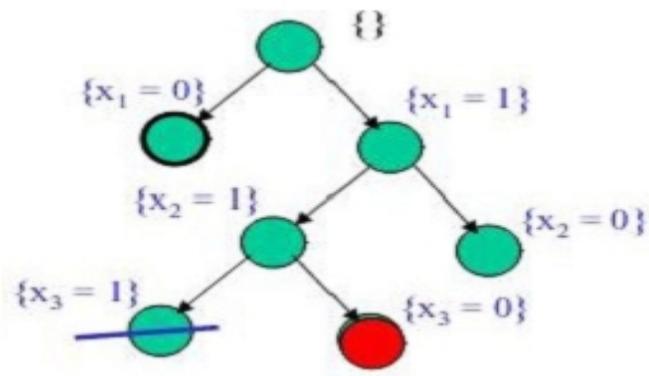
Langkah 10

Solusi terbaik sampai saat ini : $\{0,1,0,1\}$

Nilai Z maksimum : 9

Keterangan : Iterasi anak kanan aras 3

Pohon :



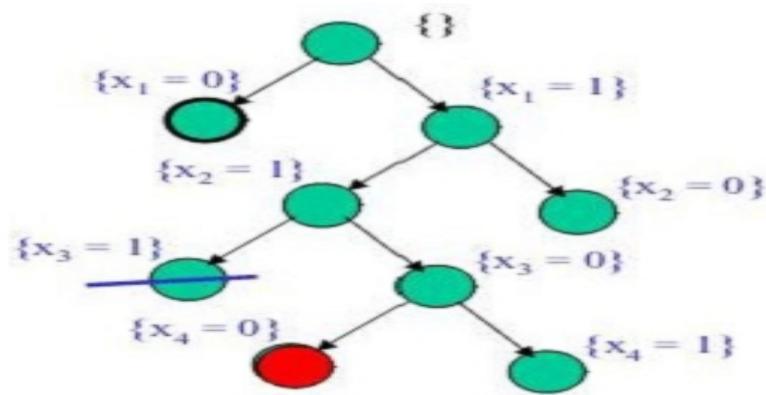
Langkah 11

Solusi terbaik sampai saat ini : $\{1,1,0,0\}$

Nilai Z maksimum : 14

Keterangan : Perluasan anak kanan aras 3 dan iterasi anak kiri aras 4

Pohon :



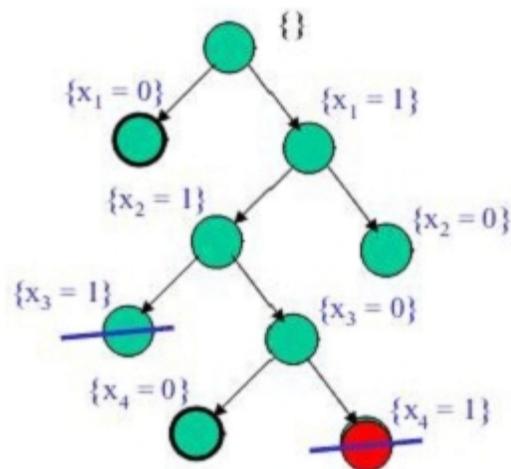
Langkah 12

Solusi terbaik sampai saat ini : $\{1,1,0,0\}$

Nilai Z maksimum : 14

Keterangan : Bunuh anak kanan aras 4 karena tidak mungkin mengarah ke solusi (melanggar batasan ke 1)

Pohon :



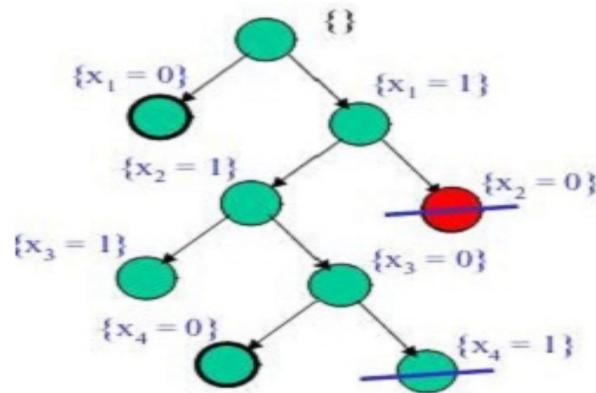
Langkah 13

Solusi terbaik sampai saat ini : $\{1,1,0,0\}$

Nilai Z maksimum : 14

Keterangan : Bunuh anak kanan aras 2 karena jika anak kanan aras 4 dibunuh, aras 2 tidak mungkin mengarah ke solusi

Pohon :



Setelah menjalani berbagai langkah, diperoleh solusi optimal dari permasalahan di atas.

Solusi : $\{1,1,0,0\}$

Nilai Z maksimum : 14

5. KESIMPULAN

Algoritma Branch and Bound cukup efektif untuk menyelesaikan Integer Programming. Dengan salah satu langkahnya yang tidak akan memperluas dan akan membunuh simpul yang tidak mungkin mengarah ke solusi, algoritma ini menjadi algoritma yang cukup efisien untuk menyelesaikan Integer Programming. Tetapi dalam menyelesaikan permasalahan ini, algoritma Branch and Bound mempunyai kelemahan, yaitu : algoritma ini tetap menghitung kemungkinan solusi dengan tipe variabel bilangan real walaupun pada akhirnya kemungkinan solusi ini tidak akan dipertimbangkan. Tetapi hal ini menyebabkan waktu komputasi bertambah lama.

6. DAFTAR PUSTAKA

1. Dimiyati Tjutju Tarlih & Dimiyati Ahmad, Operation Research Model-Model Pengambilan Keputusan, Cetakan Ketiga, Sinar Baru Algesindo, Bandung, 1994
2. Taha Hamdy A, Riset Operasi, Jilid 1, Edisi ke-5, Binarupa Aksara, Jakarta, 1996.
3. Forrest J.J.H & Tomlin J.A, Branch and Bound, Integer, and Non Integer Programming, Journal.